

## EQUAÇÕES IRRACIONAIS

São equações irracionais aquelas que apresentam sua incógnita dentro de uma radical. Veja alguns exemplos de equações irracionais:

$$\sqrt{x+2} + 3 = 3, \quad \sqrt{x+3} = 5, \quad \sqrt{2x-1} = \sqrt{\sqrt{x+3}} \quad \text{e} \quad 5 = \sqrt[3]{x-5}$$

Para se resolver uma equação irracional é necessário isolarmos em um dos membros uma das raízes, depois elevamos ambos os membros a um número igual ao índice do radical e efetuamos os processos normais de operações matemáticas até chegarmos a uma equação do 2º grau em sua forma normal.

Outra coisa importante é fazer a verificação dos valores encontrados na equação original o valor que gerar uma sentença verdadeira será solução da equação irracional.

✓ Resolver a equação irracional  $x = \sqrt{5x-6}$ .

$x = \sqrt{5x-6}$  veja que já tem um radical isolado no 2º membro, como é uma radical de índice 2 elevamos os dois membros a 2.

$$x^2 = (\sqrt{5x-6})^2 \quad \text{expoente igual ao índice elimina o radical}$$

$$x^2 = 5x - 6 \quad \text{organizando na forma normal de equação}$$

$x^2 - 5x + 6 = 0$  após virar uma equação normal é só resolver a equação, como já foi objeto de estudo a resolução de equação do 2º grau, vou direto ao resultado, pois no momento não é interessante resolver a equação passo a passo.

$x' = 3$  e  $x'' = 2$  após termos  $x'$  e  $x''$  vamos fazer a verificação

**para  $x = 3$**

$$x = \sqrt{5x-6} \quad \text{substitui o x na equação}$$

$$3 = \sqrt{5 \cdot 3 - 6} \quad \text{resolve a multiplicação}$$

$$3 = \sqrt{15-6} \quad \text{resolver o radical}$$

$$3 = \sqrt{9} \quad \text{resolve a raiz}$$

$$3 = 3 \quad \text{sentença verdadeira}$$

**para  $x = 2$**

$$x = \sqrt{5x-6} \quad \text{substitui o x na equação}$$

$$2 = \sqrt{5 \cdot 2 - 6} \quad \text{resolve a multiplicação}$$

$$2 = \sqrt{10-6} \quad \text{resolve o radical}$$

$$2 = \sqrt{4} \quad \text{resolve a raiz}$$

$$2 = 2 \quad \text{sentença verdadeira}$$

Só será resultado da equação O VALOR DE X que tornar a equação uma sentença verdadeira.

Logo  $S = (2, 3)$

✓ Resolver a equação irracional  $\sqrt{x^2 - 6x} - 4 = 0$

$\sqrt{x^2 - 6x} - 4 = 0$  para isolar a raiz, levamos  $-4$  para o 2º membro

$\sqrt{x^2 - 6x} = 4$  elevando os dois membros a 2 porque é uma raiz quadra

$(\sqrt{x^2 - 6x})^2 = 4^2$  expoente 2 elimina radical e resolve  $4^2$

$x^2 - 6x = 16$  organizando a equação do 2º grau

$x^2 - 6x - 16 = 0$  após virar uma equação normal é só resolver a equação, como já foi objeto de estudo a resolução de equação do 2º grau, vou direto ao resultado, pois no momento não é interessante resolver a equação passo a passo.

$x' = 8$  e  $x'' = -2$  após termos  $x'$  e  $x''$  vamos fazer a verificação

**para  $x = 8$**

**para  $x = -2$**

$\sqrt{x^2 - 6x} - 4 = 0$  substitui o x na equação       $\sqrt{x^2 - 6x} - 4 = 0$  substitui o x na equação

$\sqrt{8^2 - 6 \cdot 8} - 4 = 0$  resolve  $8^2$  e multiplicação       $\sqrt{(-2)^2 - 6 \cdot (-2)} - 4 = 0$  resolve  $(-2)^2$  e  $6 \cdot (-2)$

$\sqrt{64 - 48} - 4 = 0$  resolver o radical

$\sqrt{4 + 12} - 4 = 0$  resolver o radical

$\sqrt{16} - 4 = 0$  resolve a raiz

$\sqrt{16} - 4 = 0$  resolve a raiz

$4 - 4 = 0$  sentença verdadeira

$4 - 4 = 0$  sentença verdadeira

Só será resultado da equação O VALOR DE X que tornar a equação uma sentença verdadeira.

Logo  $S = (8, -2)$

✓ Resolver a equação irracional  $\sqrt{x^2 - 5x} - \sqrt{2x - 10} = 0$

$\sqrt{x^2 - 5x} - \sqrt{2x - 10} = 0$  isolamos um radical no 1º membro, o  $-\sqrt{2x - 10}$  muda de membro e muda de sinal.

$\sqrt{x^2 - 5x} = \sqrt{2x - 10}$  elevamos ambos os membros a 2

$(\sqrt{x^2 - 5x})^2 = (\sqrt{2x - 10})^2$  o expoente 2 elimina os radicais

$x^2 - 5x = 2x - 10$  leva todos os termos para o 1º membro

$$x^2 - 5x - 2x + 10 = 0 \text{ resolve os termos semelhantes}$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \text{ resolvendo}$$

$x' = 5$  e  $x'' = 2$  após termos  $x'$  e  $x''$  vamos fazer a verificação

**para  $x = 5$**

**para  $x = 2$**

$$\sqrt{x^2 - 5x} - \sqrt{2x - 10} = 0 \text{ substitui o x na equação} \quad \sqrt{x^2 - 5x} - \sqrt{2x - 10} = 0 \text{ substitui o x na equação}$$

$$\sqrt{5^2 - 5 \cdot 5} - \sqrt{2 \cdot 5 - 10} = 0 \text{ resolve } 5^2 \text{ e mult.} \quad \sqrt{2^2 - 5 \cdot 2} - \sqrt{2 \cdot 2 - 10} = 0 \text{ resolve } (-2)^2 \text{ e mult.}$$

$$\sqrt{25 - 25} - \sqrt{10 - 10} = 0 \text{ resolver o radical} \quad \sqrt{4 - 10} - \sqrt{4 - 10} = 0 \text{ resolve o radical}$$

$$\sqrt{0} - \sqrt{0} = 0 \text{ sentença verdadeira} \quad \sqrt{-6} - \sqrt{-6} = 0 \text{ sentença verdadeira}$$

Só será resultado da equação O VALOR DE X que tornar a equação uma sentença verdadeira.

$$\text{Logo } S = ( 5 , 2 )$$

✓ Resolver a equação irracional  $x = \sqrt{6x - 5} + 2$

$$x = \sqrt{6x - 5} + 2 \text{ deixa só o radical no } 2^\circ \text{ membro, leva o } +2 \text{ para o } 1^\circ \text{ membro}$$

$$x - 2 = \sqrt{6x - 5} \text{ eleva os membros a } 2 \text{ para eliminar o radical}$$

$(x - 2)^2 = (\sqrt{6x - 5})^2$  no  $1^\circ$  membro temos um quadrado da diferença de dois termos é um produto notável  $(1^\circ \text{ termo})^2 - 2 \cdot (1^\circ \text{ termo}) \cdot (2^\circ \text{ termo}) + (2^\circ \text{ termo})^2$  no segundo membro é só eliminar o radical

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = 6x - 5 \text{ resolve potências e multiplicação no } 1^\circ \text{ membro}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 6x - 5 \text{ leva todos para o } 1^\circ \text{ embro}$$

$$x^2 - 4x - 6x + 4 + 5 = 0 \text{ organizando}$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0 \text{ resolvendo a equação temos}$$

$x' = 9$  e  $x'' = 1$  após termos  $x'$  e  $x''$  vamos fazer a verificação

**para  $x = 9$**

**para  $x = 1$**

$$x = \sqrt{6x - 5} + 2 \text{ substitui o x na equação} \quad x = \sqrt{6x - 5} + 2 \text{ substitui o x na equação}$$

$$9 = \sqrt{6 \cdot 9 - 5} + 2 \text{ resolve } 6 \cdot 9$$

$$1 = \sqrt{6 \cdot 1 - 5} + 2 \text{ resolve } 6 \cdot 1.$$

$$9 = \sqrt{54-5} + 2 \text{ resolver o radical}$$

$$1 = \sqrt{6-5} + 2 \text{ resolve o radical}$$

$$9 = \sqrt{49} + 2 \text{ resolve a raiz}$$

$$1 = \sqrt{1} + 2 \text{ resolve a raiz}$$

$$9 = 7 + 2 \text{ resolve}$$

$$1 = 1 + 2 \text{ resolve}$$

$$9 = 9 \text{ sentença verdadeira}$$

$$1 = 3 \text{ SENTENÇA FALSA}$$

Só será resultado da equação O VALOR DE X que tornar a equação uma sentença verdadeira.

Logo  $S = ( 8 )$  OBS:  $X = 1$  TORNOU A SENTENÇA FALSA POR ISSO NÃO É SOLUÇÃO.